Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2024

PRIMER PARCIAL - 16/02/2024

Apellido y Nombre: ....

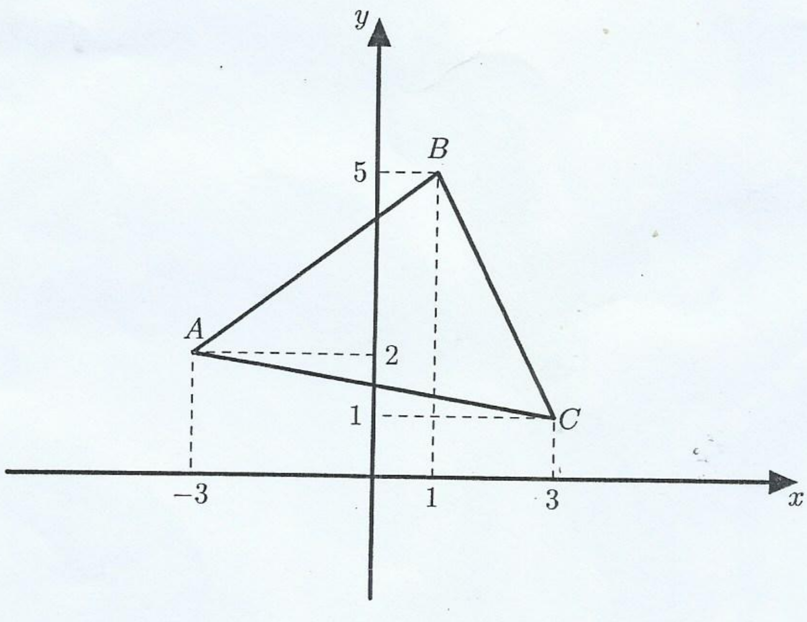
Número de Documento: ....   Especialidad:..

TEMA 3

1	2	3	4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.

EJERCICIO 1: Considere el triángulo de la figura. Hallar la ecuación de la recta que contiene a la altura correspondiente al lado AC.



EJERCICIO 2: Sea $p(x)$ un polinomio de grado 3 del cual se sabe que $x = 2$ es una raíz doble. Se sabe además que $p(0) = 12$ y que $p(1) = 6$. Hallar el valor de $p(3)$.

EJERCICIO 3:

(a) Resolver en el conjunto de los números reales la inecuación

$$\frac{|x-2|}{x^2} \leq 1$$

(b) Determinar el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

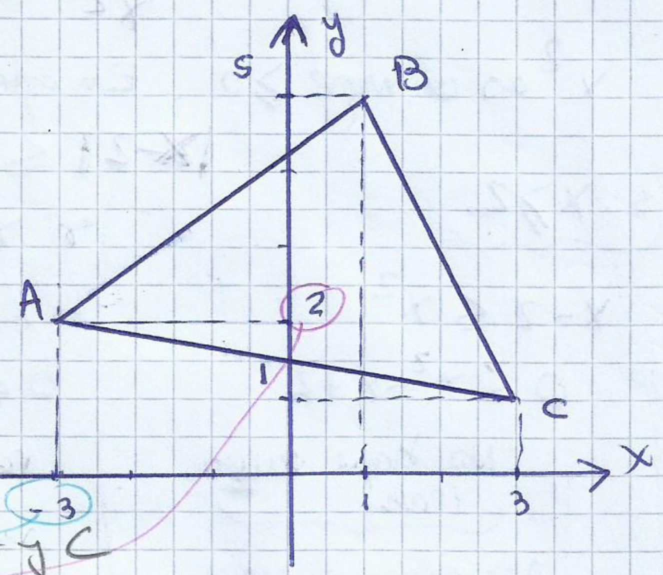
$$\begin{cases} -x+y+2z &= 2 \\ x+y+4z &= 2 \\ 2x+5y+20z &= 10 \\ -x+2y+6z &= 4 \end{cases}$$

EJERCICIO 4: El vértice de una parábola se encuentra en el punto $P(3;\,8)$. Sabiendo que el punto $Q(4;\,6)$ pertenece a la gráfica de la parábola, hallar sus raíces.

EJERCICIO 5: La Tierra (considerada perfectamente esférica) tiene un volumen aproximado de $10^{12}\,km^3$. Un satélite orbita siguiendo la línea del Ecuador a una altura constante igual a $36\,000\,km$. Calcular la longitud de su orbita, aproximando a las unidades de mil más cercanas.

Seminario Universitario UNLPAM | 1º parcial - tema 3 | HOJA Nº 1/2 FECHA 16-2-24

EJ 1 Considere el triángulo de la figura.



Hallar la ecuación de la recta que contiene a la altura correspondiente al lado AC

La altura es un segmento perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto

Hallo la recta que pasa x A y C

$y = ax + b \to A = (-3, 2) \to 2 = a(-3) + b \to -3a + b = 2$

$C = (3, 1) \to 1 = a(3) + b \to 3a + b = 1$

$a = -\frac{1}{6}$ $b = \frac{3}{2}$

$$\boxed{y = -\frac{1}{6}x + \frac{3}{2}}$$

$y_\perp = a_2 x + b_2$, $y_\perp \perp y \to -\frac{1}{6} \cdot a_2 = -1 \to \boxed{a_2 = 6}$

$y_\perp = 6x + b_2 \xrightarrow{B} 5 = 6 \cdot 1 + b_2 \to b_2 = -1$

$$\boxed{y_h = 6x - 1}$$

EJ 2 Sea $p(x)$ un polinomio de grado 3 del cual se sabe que $x = 2$ es una raíz doble. Se sabe, además, que $p(0) = 12$ y que $p(1) = 6$.

Hallar $p(3)$

$p(x) = a(x-2)^2(x-r)$

$p(0) = 12 = a(0-2)^2(0-r) = -4ar \to \boxed{ar = -3}$

$p(1) = 6 = a(1-2)^2(1-r) = a(1-r) = \boxed{a - ar = 6}$

$a - (-3) = 6 \to \boxed{a = 3}$

$ar = -3 \to r = -1$

$p(x) = 3(x-2)^2(x+1)$

$p(3) = 3(3-2)^2(3+1) = 12$

$$\boxed{p(3) = 12}$$

NOTA

EJ 3 a) Resolver, en el conj. de los números reales, la inecuación:

$$\frac{|x-2|}{x^2} \leq 1$$

x^2 es siempre ≥ 0. En este caso es $\neq 0 \Rightarrow x^2 > 0$

$$|x-2| \leq x^2$$

si $x \geq 2$

$x-2 \leq x^2$

$0 \leq x^2 - x + 2$

No tiene raíces reales

No cruza el eje x

Como el coef ppal es > 0 entonces $x^2 - x + 2 = y$ es siempre positivo

No hay restricción

$\boxed{x \geq 2}$

si $x < 2$

$-x + 2 \leq x^2$

$0 \leq x^2 + x - 2$

raíces: $x = 1$
$x = -2$

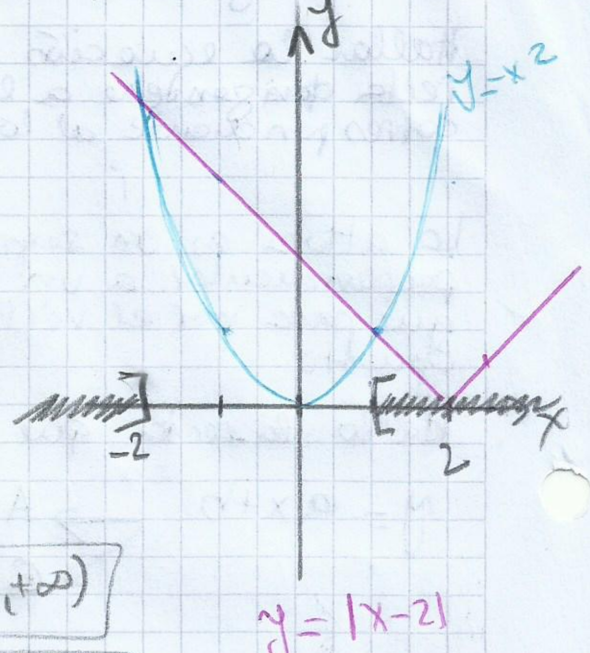
coef ppal +

entonces

$(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

$(-\infty, -2] \cup [1, 2)$

$$\boxed{S = (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)}$$



b) Determinar conj. solución del sig. sist. ec. lineales

$$\begin{cases} -x + y + 2z = 2 \\ x + y + 4z = 2 \\ 2x + 5y + 20z = 10 \\ -x + 2y + 6z = 4 \end{cases}$$

Una forma: usar 3 ecuaciones y si es SCD probar la solución en la cuarta

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 20 & 10 \end{array}\right) \rightarrow \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{array}$$

$-x + 2y + 6z = 4$

$-0 + \underbrace{2(2)}_{4} + 6 \times 0 = 4$ ✓

cumple

$$\boxed{S = \{(0, 2, 0)\}}$$

Seminario Universitario UNLP4	1° parcial tema 3	HOJA N° 2/2 FECHA 16-2-24

EJ 4 El vértice de una parábola se encuentra en el punto $P = (3;8)$.
Sabiendo que el punto $Q = (4;6)$ pertenece a la gráfica de la parábola, hallar sus raíces.

$f(x) = a(x-h)^2 + k \qquad V = (h,k) \qquad P = V \rightarrow \begin{matrix} h = 3 \\ k = 8 \end{matrix}$

$f(x) = a(x-3)^2 + 8$

$Q \in$ parábola $\rightarrow 6 = f(4) = a(4-3)^2 + 8 = a + 8 = 6 \rightarrow \boxed{a = -2}$

$f(x) = -2(x-3)^2 + 8 = -2(x^2 - 6x + 9) + 8 =$

$= -2x^2 + 12x - 18 + 8 \rightarrow f(x) = -2x^2 + 12x - 10$

$\boxed{x_1 = 5} \quad \boxed{x_2 = 1}$

EJ 5 La tierra (considerada perfectamente esférica) tiene un volumen aproximado de 10^{12} km³

Un satélite orbita siguiendo la línea del Ecuador a una altura constante igual a 36.000 km.

Calcular la longitud de la órbita, aproximando las unidades de miles más cercanas.

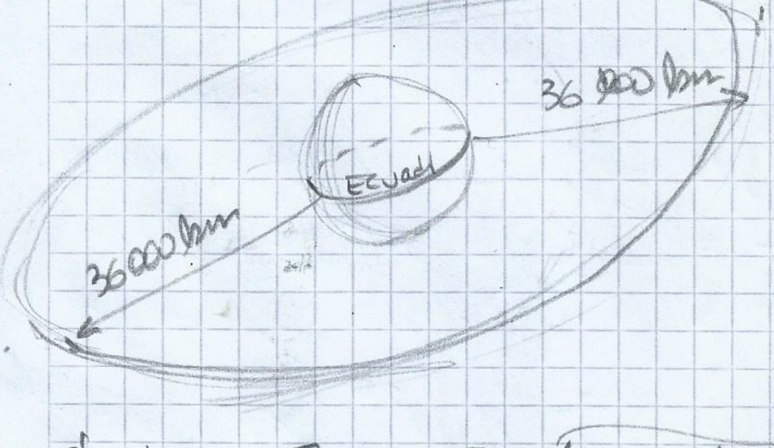
hallo el radio

$Vol_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow Vol_{tierra} = 10^{12}\,km^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{3 \cdot 10^{12}\,km^3}{4\pi} = r^3$

$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^{12}\,km^3}{4\pi}}$

$\boxed{r \cong 6.203,5\,km}$



$\text{Órbita} = \pi \cdot D = \pi \cdot \underbrace{(36000\,km + 6203,5\,km) \cdot 2}_{D} = 84407\pi\,km$

$\boxed{\text{long órbita} \cong 265.000\,km}$

NOTA